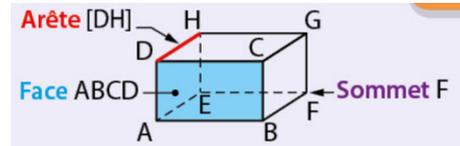


# Chapitre 10 : Géométrie de l'espace

## I. Rappels

### a. Le parallélépipède rectangle ou pavé droit

**Définition :** Un parallélépipède rectangle, appelé aussi pavé droit, est un solide qui a 6 faces rectangulaires, 8 sommets et 12 arêtes.



**Remarque :** Le cube est un pavé droit particulier, ses 6 faces sont des carrés superposables.

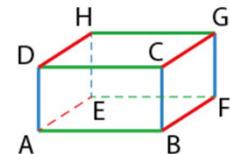
**Méthode :** Pour représenter un solide sur un plan, on utilise la perspective cavalière en respectant les règles suivantes :

1. Les arêtes de même longueur et parallèles sont représentées par des segments parallèles et de même longueur.
2. Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
3. Les arêtes obliques sont représentées par des arêtes n'ayant pas la même longueur que dans la réalité.



On représente ci-contre un pavé droit en perspective cavalière.

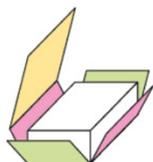
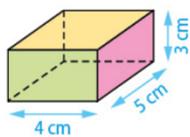
- Les segments [AE] et [BF] sont parallèles.
- Les longueurs DH et CG sont égales.
- L'arête [HE] est cachée.



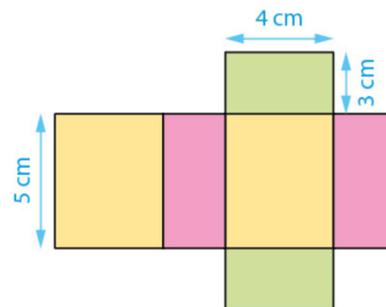
**Définition :** Un patron d'un solide est une figure réelle qui, après pliage, permet de construire ce solide.

On représente ci-dessous un parallélépipède rectangle et l'un de ses patrons. Les faces de même couleur sont superposables.

Vue en perspective cavalière

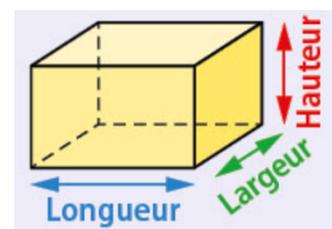


Patron



**Propriété :** Le volume  $V$  d'un parallélépipède rectangle de longueur  $\mathcal{L}$ , de largeur  $\ell$  et de hauteur  $h$  est donné par la formule :

$$V = \mathcal{L} \times \ell \times h$$

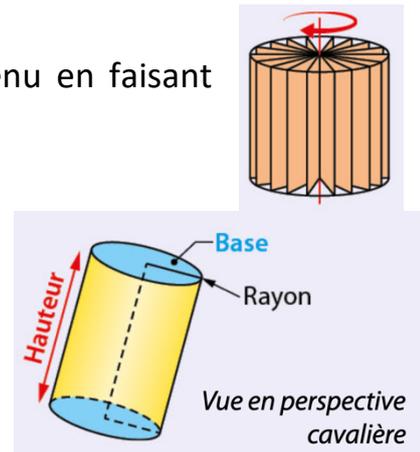


## b. Le cylindre de révolution

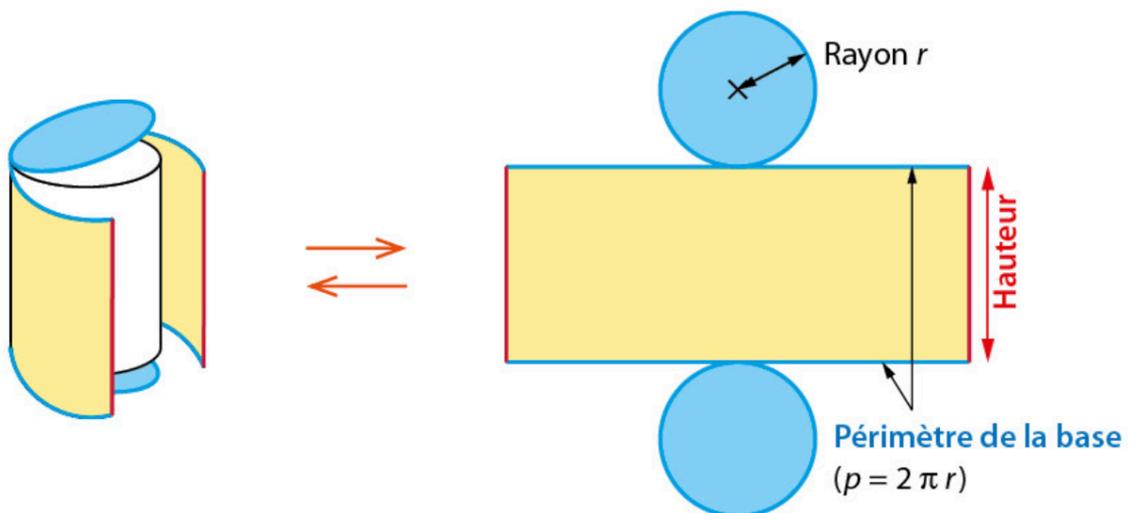
**Définition :** Un **cylindre de révolution** est obtenu en faisant tourner un rectangle autour de l'un de ses côtés.

### Définition et propriété :

- Les **bases** d'un cylindre sont deux disques de même rayon.
- La **hauteur** d'un cylindre est la longueur du segment qui joint les centres des bases.

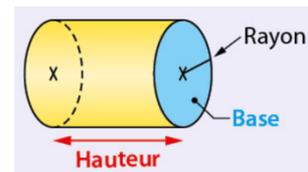


### Patron d'un cylindre de révolution



**Propriété :** Le **volume**  $\mathcal{V}$  d'un cylindre de révolution de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$$

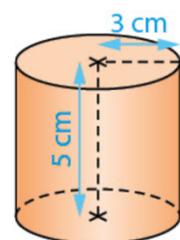


### Exemple

Soit un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm.

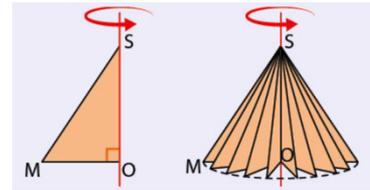
Son volume est donné par le calcul :

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= \pi \times 3 \times 3 \times 5 = 45 \pi \\ &\approx 141,4 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



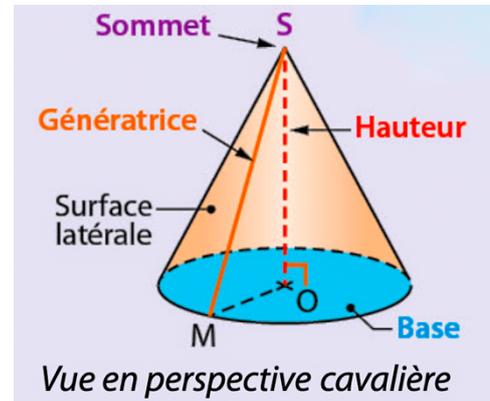
## II. Le cône de révolution

**Définition :** Un **cône de révolution** de sommet S est un solide obtenu par la rotation d'un triangle SOM rectangle en O, autour de la droite (SO).

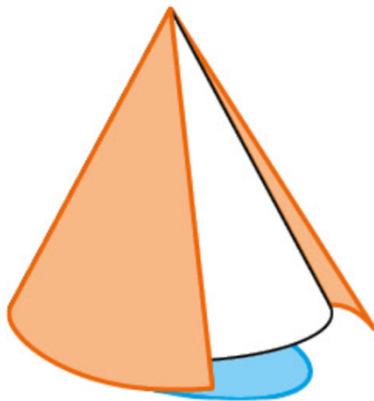


**Définitions :** Le disque de centre O et de rayon OM (à jamais les premiers) est la base de ce cône.

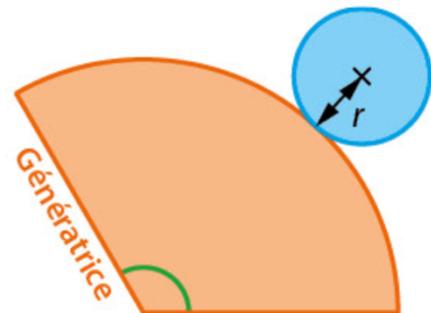
- Le segment [MS] est appelé une **génératrice** de ce cône.
- Le point S, situé sur la perpendiculaire en son centre au disque de la base est appelé le **sommet** de ce cône.
- Le segment [SO] est appelé la **hauteur** de ce cône.



**Vue en perspective**



**Patron**



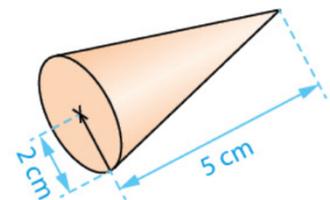
**Propriété :** Le volume  $\mathcal{V}$  d'un cône de révolution est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

**Exemple**

Le volume d'un cône de hauteur 5 cm et de base un disque de rayon 2 cm est donné par le calcul :

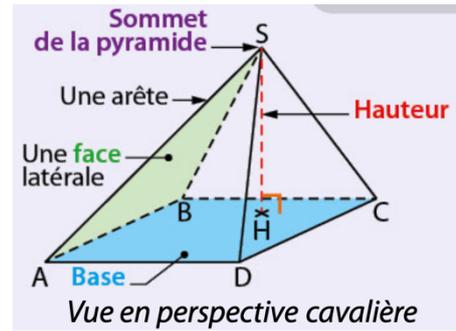
$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times 2 \times 2 \times 5}{3} = \frac{20\pi}{3} \approx 21 \text{ cm}^3$$



### III. La pyramide

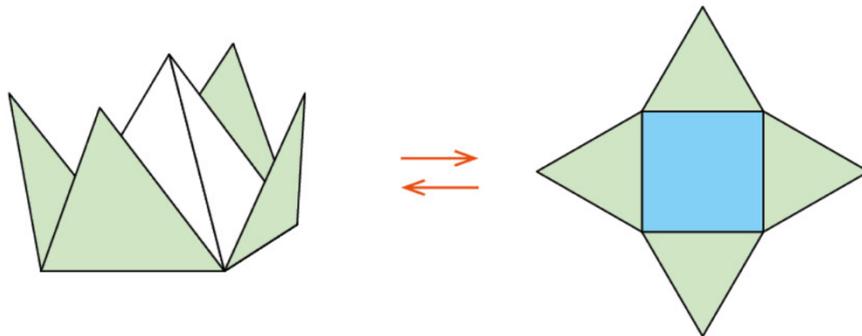
#### Définitions :

- Une **pyramide** de sommet S est un solide dont :
  - La **base** est un polygone (triangle, quadrilatère, etc...)
  - Les **faces latérales** sont des triangles de sommet S.



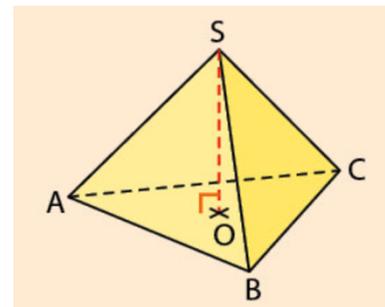
- La **hauteur** d'une pyramide de sommet S est le segment [SH] perpendiculaire au plan de la base, où H est un point de ce plan.

Patron d'une pyramide à base carrée



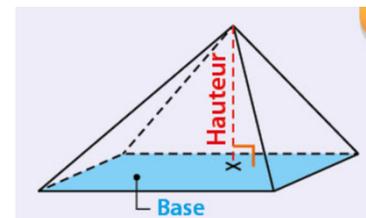
#### Remarques :

- Une pyramide dont la base est un triangle est appelé un **tétraèdre**.
- Un polygone est **régulier** si tous ses côtés sont de même longueur et si tous ses angles sont de même mesure.
- Une pyramide de sommet S est dite régulière lorsque sa base est un polygone régulier de centre O et que [SO] est la hauteur de la pyramide.



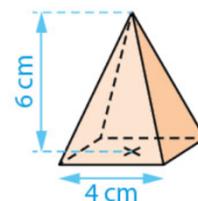
**Propriété :** Le volume  $\mathcal{V}$  d'une pyramide est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$



Le volume d'une pyramide à base carrée de côté 4 cm et de hauteur 6 cm est donné par le calcul :

$$\mathcal{V} = \frac{4 \times 4 \times 6}{3} = 32 \text{ cm}^3$$



## IV. Repérage dans l'espace

### a. Rappels sur le repérage dans le plan

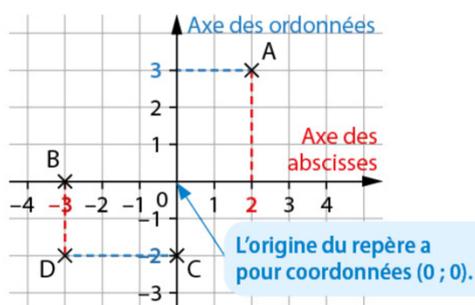
#### Définition :

- Un repère du plan est formé par deux droites graduées de même origine. L'une est appelée **l'axe des abscisses** et l'autre **l'axe des ordonnées**.
- Quand les deux droites sont perpendiculaires, on dit que le repère est **orthogonal**.

**Définition :** Dans un repère du plan, chaque point est repéré par deux nombres relatifs : **ses coordonnées**. Le premier est **l'abscisse**, le second **l'ordonnée**. On les note **(abscisse ; ordonnée)**.

#### Exemple

- L'**abscisse** du point A est **2**.  
L'**ordonnée** du point A est **3**.  
Les coordonnées du point A se notent **(2 ; 3)**.
- B a pour coordonnées **(-3 ; 0)**.
- Les coordonnées du point C sont **(0 ; -2)**.
- D **(-3 ; -2)**.



### b. Se repérer dans un parallélépipède rectangle

Le repérage dans le plan est constitué de 2 paramètres ce qui induit qu'on repère un point selon deux axes (2 dimensions, 2D). Il s'agit ici de pouvoir repérer un point dans l'espace qui, on le sait, est composée de 3 dimensions (3D). En d'autres termes, on va ajouter un autre axe qui va nous permettre d'avoir un 3<sup>e</sup> paramètre.

**Définition :** Tout point M d'un parallélépipède rectangle peut être repéré à partir d'un sommet et des arêtes partant de ce sommet. Un point M est repéré par trois nombres, appelés les **coordonnées** de M :  $x_M$  est son **abscisse**,  $y_M$  est son **ordonnée** et  $z_M$  est son **altitude** (ou sa cote). On note  $M(x_M; y_M; z_M)$ .

#### Exemple

- Dans le repère tracé ci-contre :
- D est l'origine du repère ;
  - la droite (Dx) est l'axe des abscisses ;
  - la droite (Dy) est l'axe des ordonnées ;
  - la droite (Dz) est l'axe des cotes.
- Coordonnées de quelques points :
- |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|
| D(0 ; 0 ; 0) | A(2 ; 0 ; 0) | C(0 ; 3 ; 0) |
| H(0 ; 0 ; 3) | B(2 ; 3 ; 0) | F(2 ; 3 ; 3) |

